Programme du groupe de travail sur l'homologie singulière

Giuseppe Ancona

10 juin 2026

1 Exposés

Je détaille ici les 20 exposés qui seront distribués à l'occasion de la première séance. La référence est le livre de Hatcher appelé Algebraic Topology qu'on trouve facilement en ligne. L'objectif est de lire une bonne partie du chapitre 2. Ci-dessous les titres des exposés et les pages du livre (et non pas du pdf!). Les étoiles indiquent des exposés plus délicats.

1. CW complexes, pages 5-7.
2. Δ-complexes, pages 102-104.
3. Définition homologie simpliciale, 104-107.
4. Définition homologie singulière*, 108-110.
5. Invariance par homotopie*, 110-113.
6. Suites exactes, 113-114. Insister sur les deux corollaires.
7. Homologie relative*. On donnera la définition, l'énoncé de la suite exacte (page 115), puis les applications de page 118.
8. Un peu d'algèbre homologique, page 116-117.
9. énoncer le théorème d'excision dans ses deux versions. Expliquer pourquoi elles sont équivalentes, donner l'énoncé de la Proposition 2.21 (sans preuve). Tout cela est à page 119. Démontrer le théorème d'excision, puis la Proposition 2.22, page 124.
10. Applications principales, pages 124-126.
11. Sous-divisions barycentriques : preuve de la Proposition 2.21 partie I, 119-121. (s'arrêter à "Let us check")
12. Sous-divisions barycentriques* : preuve de la Proposition 2.21 partie II, 121-124. (commencer à "Let us check")
13. L'homologie singulière et simpliciale coïncident*, page 128-130. On admettra le Lemme des 5 et la Naturalité.
14. Lemme des 5 (page 129) et Naturalité (page 127).

15. Degré, 134-135.
16. Constructions d'applications de degré donné, 136-137.
17. Mayer-Vietoris*, 149-150.
18. Comparaison avec le groupe fondamental, 166-168.
19. Théorème de Jordan*,169-170.
20. Bursuk–Ulam*, 174-176

2 Séances

Chaque séance durera 2h avec une petite pause au milieu.

1. Introduction et présentation des exposés.
2. Exposés 1 et 2.
3. Exposés 3 et 4.
4. Exposés 5 et 6.
5. Exposés 7 et 8.
6. Exposés 9 et 10.
7. TD
8. Exposés 11 et 12.
9. Exposés 13 et 14.
10. TD
11. Exposés 15 et 16.
12. Exposés 17 et 18.
13. Exposés 19 et 20.
14. TD

3 Recommandations

1. Chaque exposé doit durer 50 minutes. C'est important que chaque personne s'entraine suffisament pour être sûre de respecter les temps. Veuillez considérer que quelques questions pourraient être posées pendant l'exposé et il faut tout de même arriver à terminer à l'heure (en particulier un peu d'esprit d'adaption de votre part sera nécessaire et l'exercice sert aussi à apprendre cela).
2. Vous êtes libres de choisir ce que vous voulez dire dans l'exposé. Si le texte donne trois exemples et que vous n'avez pas le temps d'en expliquer que 2, c'est à vous de les choisir. Si vous voulez faire quelques rappels, vous pouvez (sans que ceci prenne trop de temps) et bien sûr vous pouvez un peu changer l'ordre des choses ou donner d'autres exemples ou remarques qui vous paraissent pertinentes.

3. Il faut vraiment avoir compris le matériel et pour cela, il faut le travailler bien en avance. Faites un vrai effort pour acquérir le matériel en autonomie. Si, malgré de nombreux efforts, vous avez une question, vous pouvez bien sûr venir me voir.
4. L'aspect pédagogique est aussi important que celui mathématique. Préparez votre exposé, écrivez bien au tableau, parlez correctement et vérifiez que la classe vous suit. Vous pouvez amener des notes avec vous mais idéalement évitez de passer tout le temps collés à vos notes.
5. Si finalement un problème personnel surgit pour la date où vous devez exposer, organisez-vous avec vos camarades pour inverser vos exposés, et une fois le changement fixé prevenez-moi. Un tel changement doit être exceptionnel.

4 Évaluation

La note finale considère trois aspects :

1. Compréhension mathématique du matériel.
2. Qualité pédagogique.
3. Assiduité, participation active aux différentes séances.